

如何利用模態分析設計傑出的振動感測器外殼（上）

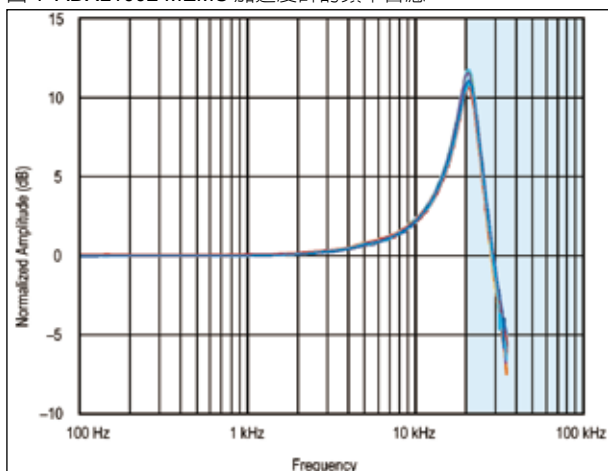
■作者：Richard Anslow / ADI 系統應用工程師

為 MEMS 加速度計設計一個結構良好的機械外殼可確保從受監控資產中擷取高品質的 CbM 振動資料。用於封裝 MEMS 加速度計的機械外殼需要具備比整合式 MEMS 更傑出的頻率響應。本文利用模態分析，提供外殼設計可能實現的固有頻率。透過理論和 ANSYS 模態模擬示例，提供振動感測器設計指導。結果顯示，例如外殼形狀（圓柱形或矩形等）之幾何效應和高度主導了外殼設計的固有頻率。本文提供封裝單軸和三軸 MEMS 加速度計的機械設計示例，其諧振頻率為 21 kHz。本文並提供在外殼中整合環氧樹脂的指導以及感測器的電纜安裝和安裝選項。

什麼是模態分析，為何如此重要？

MEMS 振動感測器的封裝採用鋼材或鋁材外殼，能夠牢固連接在受監控資產上，並提供防水和防塵性能 (IP67)。良好的金屬外殼設計將確保從資

圖 1: ADXL1002 MEMS 加速度計的頻率響應。



產中測量出高品質的振動資料。理解模態分析是設計出良好機械外殼的必要條件。

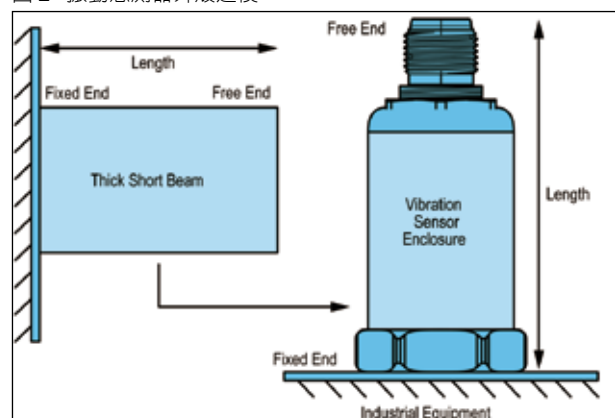
模態分析用於瞭解結構的振動特性。模態分析可以提供設計的固有頻率和正常模式（相對變形）。使用模態分析時，最主要的問題是要避免諧振，此時結構設計的固有頻率與施加的振動負載的固有頻率非常接近。對於振動感測器，外殼的固有頻率必須大於由 MEMS 感測器測量的所施加振動負載的固有頻率。

ADXL1002 MEMS 加速度計的頻率響應圖如圖 1 所示。ADXL1002 3 dB 頻寬為 11 kHz，提供 21 kHz 諧振頻率。用於封裝 ADXL1002 的保護外殼需要具有 21 kHz 或更高的一級固有頻率。

振動感測器外殼模型

在模態分析和設計中，可以將振動感測器看成一個粗短的懸臂樑圓柱。此外，將使用 Timoshenko 振動方程進行模擬。我們將在文章後面更為詳細介

圖 2: 振動感測器外殼建模。



紹這一點。一個粗短的懸臂圓柱就類似於安裝在工業設備上的振動感測器，如圖 2 所示。振動感測器透過螺栓固定在工業設備上。螺栓安裝和外殼設計都需要仔細表徵，以免機械諧振影響相關的 MEMS 振動頻率。採用 ANSYS 或類似程式的有限元方法 (FEM) 可以用作求解粗短圓柱的振動方程式的高效方法。

模擬工具

在模態分析中，ANSYS 和其他模擬工具假定設計中每個點的諧波運動。設計中所有點的位移和加速度被求解為特徵值和特徵向量，在本例中，分別是固有頻率和振型。

固有頻率和振型

方程式 1 為品質矩陣 M 、剛度矩陣 K 、角頻率 ω_i 和振型 $\{\phi_i\}$ 的關係式，主要用於 FEM 程式中，例如 ANSYS。¹ ω_i 除以 2π ，可以計算得出固有頻率 f_i ，振型 $\{\phi_i\}$ 提供在特定固有頻率下，材料的相對變形模式。

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{\phi_i\} = \{0\} \quad (1)$$

對於單自由度系統，頻率可以簡單表示為：

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (2)$$

方程式 2 提供了一種簡單、直覺的設計評估方法。如果降低感測器外殼的高度，剛度增大，品質減小，因此，固有頻率提高。此外，如果增加外殼的高度，剛度減小，品質增大，固有頻率隨之降低。

大多數設計都具有多個自由度。有些設計具有數百自由度。利用 FEM，可以快速得出方程式 1 的計算結果，如果是手動計算，則非常耗費時間。

模式參與因數

模式參與因數 (MPF) 用於確定哪些模式和固有頻率對於您的設計最為重要。方程 31 是振型 $\{\phi_i\}$ 、品質矩陣 M 和激勵方向向量 D 的關係式，用於求解 MPF。參與因數的平方即是有效品質。

$$\gamma_i = \{\phi_i\}^T [M] \{D\} \quad (3)$$

MPF 和有效品質測量每種模式下在每個方向移動的質量數。一個方向上的值較高表示在該方向上，模式將被力 (例如振動) 激勵。

將 MPF 與固有頻率結合使用，可協助設計人員發現潛在的設計問題。例如，模式分析得出的最低固有頻率可能不是最大的設計問題，因為相對於所有其他模式，相關的方向 (x、y 或 z 軸面) 上的參與因數可能不夠大。

表 1 所示的示例顯示，在模擬中預測到 x 軸的固有頻率為 500 Hz 時，模式為弱激勵，不可能成為問題。在外殼 x 軸激勵 800 Hz 強模式時，如果 MEMS 敏感軸的方向和外殼 x 軸的方向一致，這將是個問題。但是，如果設計人員將 MEMS 感測器 PCB 的方向定位在外殼的 z 軸上測量，那麼這個 x 軸的 800 Hz 強模式可能無關緊要。

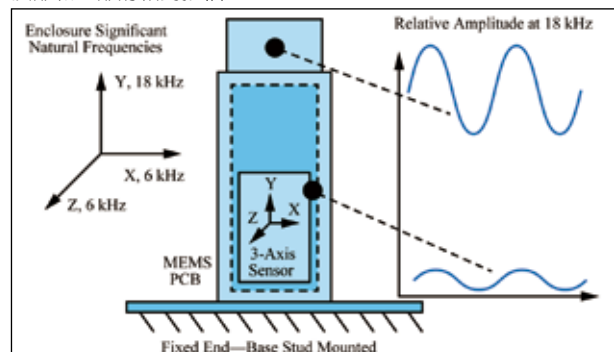
表 1: 固有頻率 (Freq.)、模式參與因數 (MPF) 和相關軸

模式	頻率 (Hz)	軸	MPF	MPF 註釋
1	500	X	0.001	弱模式
2	800	X	0.45	強模式
3	1500	Y	0.6	強模式
4	3000	Y	0.002	弱模式
5	10,000	Z	0.33	強模式

解析模態分析結果

在上一部分中，我們瞭解到可以使用模態分析來計算得出相關軸的固有頻率。此外，設計人員可以利用 MPF 來確定在設計中是否可以忽略某個頻

圖 3: 振動感測器外殼的固有頻率、相關軸上的振型，以及外殼頂部和底部的相對振幅。



率。為了完成模態分析解析，您需要瞭解結構上的所有點都按會相同頻率（全域變數）振動，但每個點的振動幅度（或振型）是不同的。例如，18 kHz 頻率對機械外殼頂部的影響比底部大。振型（區域變數）在外殼頂部的振幅比底部要強，如圖 3 所示。這表示雖然外殼結構的頂部位置受到 18 kHz 頻率的強激勵，位於外殼底部的 MEMS 感測器也會受到該頻率影響，只是受影響的程度更低。

Timoshenko 差分振動方程式

Timoshenko 方程式適用於造型厚實樑或受到幾千赫振動影響的樑的建模。圖 2 所示的振動感測器類似於一個厚實的圓柱截面，可以使用 Timoshenko 方程式進行建模。該方程是一個四階差分方程式，具有針對限制情形的分析解。如方程式 1 到方程式 3 所示，FEM 提供了求解使用多維矩陣的 Timoshenko 方程式的簡便方法，這些矩陣會隨設計自由度數縮放。

控制方程式

雖然 FEM 在高效求解 Timoshenko 振動方程式方面頗具優勢，但是，要瞭解在設計振動感測器外殼時面臨的取舍，則需要更深入地研究方程式的 42 個參數。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \rho A \omega^2 y + \left(\rho I + \frac{\rho EI}{kG} \right) \omega^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\rho^2 I}{kG} \omega^4 y = 0 \quad (4)$$

使用不同的材料或幾何外形會影響設計結構的固有頻率（ ω ）。

材料和幾何形狀相關性

Timoshenko 方程式的參數可以分為幾何形狀相關性或材料相關性。

材料相關性包括：

- 楊氏模量（E）：一種材料彈性測量方法，也即是使其變形所需的拉力。變形拉力與表面呈直角。
- 剪切模量（G）：一種材料剪切剛度測量方法，也即是物體承受與表面平行施加的剪切變形應力的能

力。

■材料密度（ ρ ）：每單位體積的品質。

幾何形狀相關性包括：

■剪切係數（k）：剪切是一種材料特性，而剪切係數是指剪切應力在橫截面上的變化。矩形截面一般為 5/6，圓形截面一般為 9/10。

■面積慣性矩（I）：面積的幾何特性，反映幾何形狀是如何圍繞軸進行分佈的。這一特性有助於瞭解結構對外加彎曲力矩的抵抗能力。在模態分析中，這可以看成是抗變形能力。

■橫截面積（A）：所定義的形狀（例如圓柱）的橫截面積。

Timoshenko 方程式預測方程式 5 提供的臨界頻率 f_C 。3 因為方程式 4 為 4 階方程式，所以在 f_C 下，有 4 個獨立的解。為了進行分析，可以使用方程式 5 的 f_C 來比較不同的外殼幾何形狀和材料。

$$f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kGA}{\rho I}} \quad (5)$$

可以使用多種方法和解決方案來確定 f_C 下的所有頻率。「由單差分方程描述的 Timoshenko 樑的自由振動和強迫振動」3 和「使用分散式集總建模技術的驅動軸的彎曲振動」4 中提及了一些方法。這些方法用到多維矩陣，例如 FEM。

我的設計應該使用什麼材料？

表 2 詳細列出了一些常用的工業金屬材料的資訊，例如不銹鋼和鋁。

在列出的 4 種材料中，銅的重量最重，且相較於不銹鋼，其並不具備任何優勢，因不銹鋼更輕、更強韌，價格也更低。

對於重量敏感型應用，鋁是一種不錯的選擇。

表 2：常用工業材料的楊氏模量（E）、剪切模量（G）、密度（ ρ ）和每千克成本

材料	E (N/m ²)	G (N/m ²)	ρ (kg/m ³)	\$/ 千克
不銹鋼	2E11	7.7E10	7850	0.11
銅	1.1E11	4.5E10	8300	9.06
鋁	7.1E10	2.4E10	2770	2.18
鈦	9.6E10	3.6E10	4620	25

其密度比鋼低 66%。缺點是，每千克鋁的價格是鋼的 20 倍。對於關注成本的應用，鋼是不二選擇。

雖然鈦比鋁重三分之二，但其本身的強度表示所需的量更少。但是，除了需要減重的專業應用，鈦的成本太高。

模擬示例

圖 4 所示的矩形金屬振動感測器外殼設計高 40 mm，長 43 mm，寬 37 mm。為了進行模態分析，底面 (z, x) 為固定約束條件。

圖 5 顯示各種外殼材料的 FEM 模態分析結果。

圖 4: 矩形外殼，透過改變材料類型以進行模擬研究。

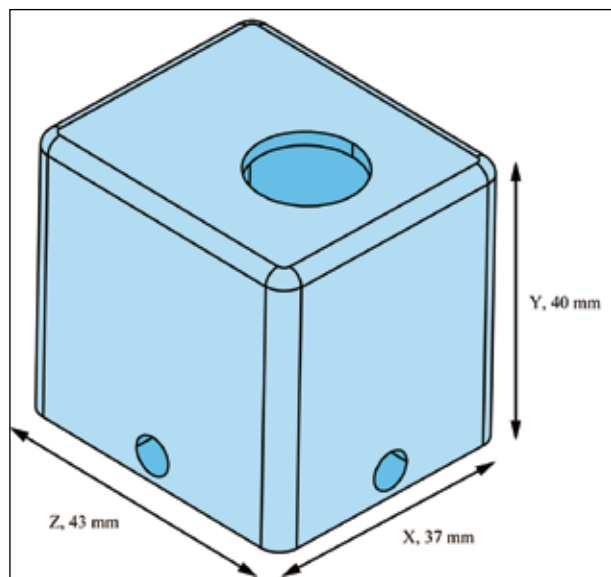
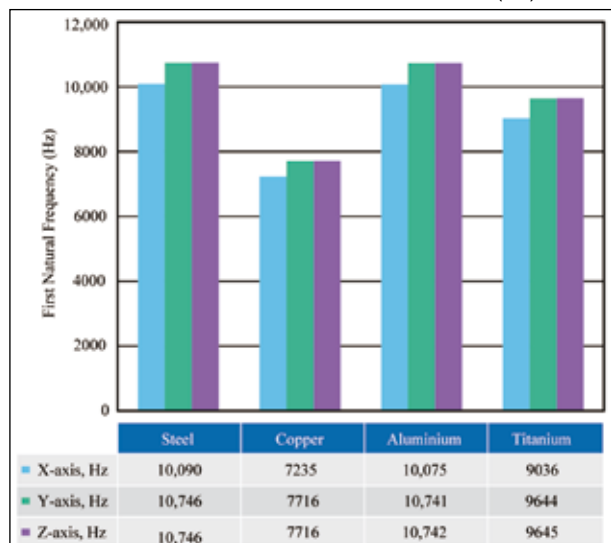


圖 5: 矩形外殼，包含材料類型和一級有效固有頻率 (Hz)。

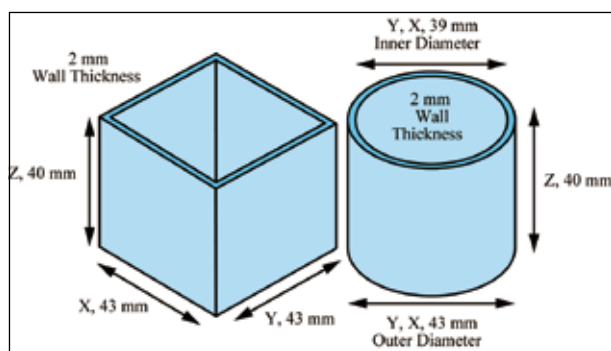


圖中顯示一級固有頻率、有效 MPF (系統的有效品質與總品質之比大於 0.1) 與材料類型的關係。顯然鋁和不銹鋼具有最高的一級有效固有頻率。對於低成本或低重量應用，其也是不錯的材料選擇。

我應該設計矩形外殼還是圓柱形外殼？

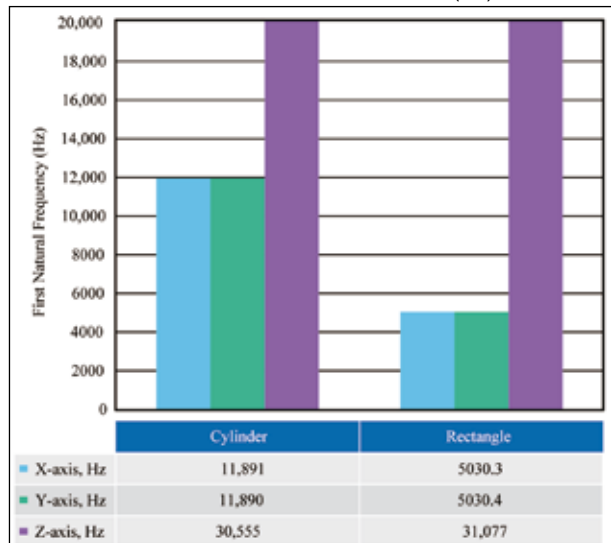
圖 6 顯示空心矩形和圓柱形不銹鋼擠壓件，壁厚 2 mm，高 40 mm。圓柱形的外徑為 43 mm，矩形模型的 x 和 y 軸的尺寸也均為 43 mm。

圖 6: 相似的矩形和圓柱形，用於模型設計研究。



在模態分析中，整個 2 mm 壁厚 (或者 x、y 橫截面積) 為固定約束條件。圖 7 顯示 FEM 模態分析結果。圖中顯示一級固有頻率、有效 MPF (系統的有效品質與總品質之比大於 0.1) 與材料形狀的關係。圓柱形在 x 和 y 軸上具有最高的一級有效固有頻率。

圖 7: 相似的矩形和圓柱形的一級有效固有頻率 (Hz)。



頻率，在 z 方向上具有相似性能。

幾何形狀—面積和慣性

材料和幾何形狀相關性均包含在方程式 4 中。由於矩形和圓柱形模型的模擬都採用不銹鋼參數，所以圓柱形性能更佳的唯一原因在於其幾何形狀。圖 8 顯示用於計算模型的面積慣性矩和橫截面積的圓柱形和矩形橫截面。

圖 8: 面積慣性矩 (I_{YY}) 和橫截面積。

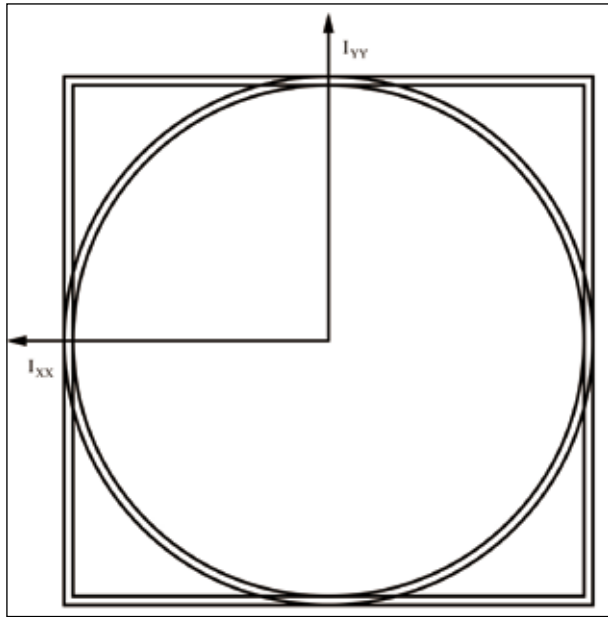


表 3: 圓柱形和矩形模型的面積慣性矩 (I_{YY})、剪切模量 (G)、密度 (ρ) 和橫截面積 (A)

形狀	$I_{YY}(\text{m}^4)$	$G(\text{N/m}^2)$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$A(\text{m}^2)$
圓柱形	6.24E-8	7.7E10	7850	1.03E-3
矩形	9.21E-8	7.7E10	7850	0.33E-3

矩形的面積慣性矩 I_{YY} 幾乎比圓柱形大 50%，如表 3 所示。矩形的抗變形能力更強。但是，圓柱形的橫截面積 A 是矩形的三倍。 A 參數的值越大，表示在模擬和現實中，固定的約束條件越大，所以圓柱形設計有助於提高硬度或剛度。

使用表 3 中的值和方程式 5，可以得出圓柱形的

臨界頻率為 60.74 加粗 = 模式參與因數 > 0.1
不加粗 = $0.01 < \text{模式參與因數} < 0.1$

表 4: 圓柱形和矩形的 4 個一級有效模式

模式	圓柱形 (Hz)	矩形 (Hz)
1	11,890	5030.4
2	30,077	10,559
3	40,506	14,270
4	50,777	15,750

kHz，矩形為 26.56 kHz。方程式 5 是顯示不同幾何形狀的相對性能的一個有用工具。方程式 4 和 5 可預測臨界頻率下的 4 個獨立解。表 4 總結了 FEM 結果，並確認 4 個一級有效模式。

感測器的最大推薦高度為何？

方程式 4 和 5 相當實用，但它們無法就外殼垂直高度和可用的一級有效固有頻率之間的取捨提供分析指導。從方程式 2 中可以直覺地看到，感測器外殼越高，一級固有頻率越低。

分析模型的侷限性

方程式 4 和 5 假定樑的截面寬度至少是樑的長度的 15%。⁵ 其他用於細長樑的方法 (例如 Bernoulli 方程式)⁶ 假定樑的截面寬度低於樑的長度的 1%。⁵ 對於細長樑，可以使用方程式 6⁶，其中包含長度 (L) 或感測器高度。方程式 6 不考慮剪切力，但其對於粗短樑很重要。對於一級有效固有頻率，在用於實心圓柱形時，方程式 4、5 和 6 總體上保持一致性。對於空心形狀，方程式 6 會將一級有效固有頻率低估 50%。

表 5: 相較於 Bernoulli 方程式空心 and 實心圓柱形的一級有效模式

30 mm 直徑的圓柱形	高度 / 長度 (mm)	方程式 6 (Hz)	模擬 (Hz)
實心	60	5872	5267
空心, 2 mm 壁厚	60	2930	5911

方程式 6⁶ 使用的參數包括楊氏模量 (E) 的剛度、直徑 (d)、長度 (或高度)、使用的材料密度 (ρ)，以及給定配置的 K_n 常數。

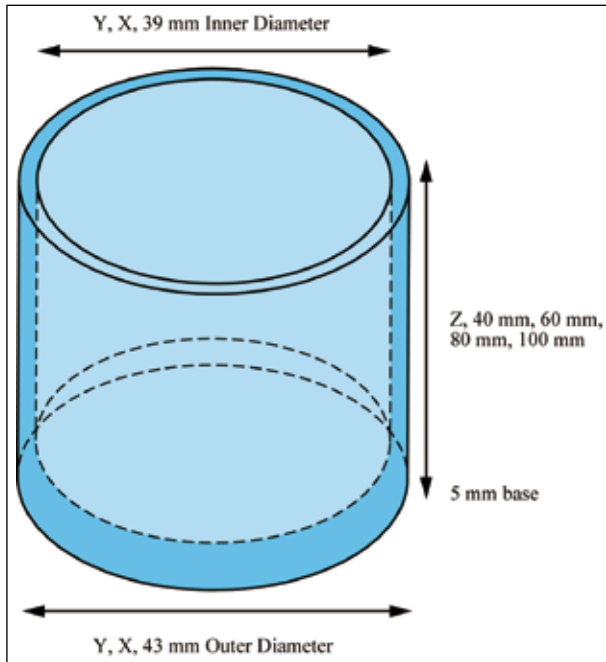
$$f_n = \frac{K_n}{\pi} \sqrt{\frac{Ed^2}{16\rho L^4}} \quad (6)$$

由於分析模型無法提供有關空心外殼的高度約束的指導，所以一般借助 FEM 來進行高度研究。

高度研究

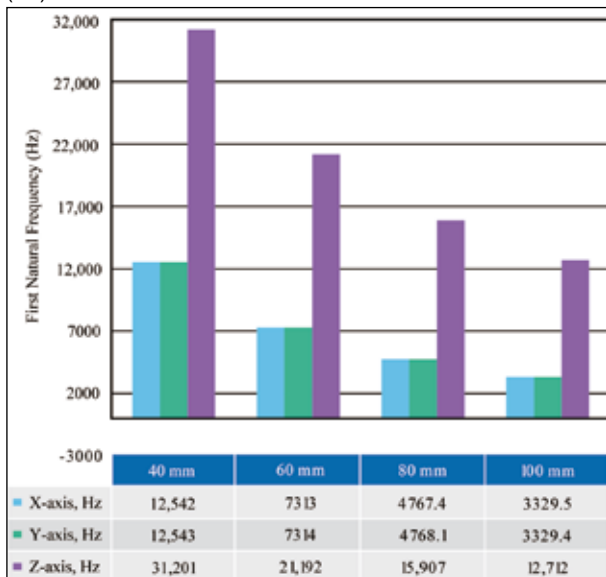
為了針對外殼高度的增加引起性能降低的問題提供指導，我們對圖 9 所示的模型進行了模擬。

圖 9：採用 5 mm 底座的外殼高度研究。



該不銹鋼擠壓件採用一個 5 mm 底座，可用於安裝外殼和受監控設備（例如馬達）之間的螺釘。將圓柱的高度從 40 mm 增加到 100 mm，導致 x 軸和 y 軸的一級有效固有頻率從 12.5 kHz 降低至 3.3 kHz，如圖 10 所示。z 軸的值也從 31.2 kHz 降低至 12.7 kHz。要實現高性能感測器，明顯需要盡可能降低外殼高度。

圖 10：採用 5 mm 底座、高度增加的外殼的一級有效固有頻率 (Hz)。



降低外殼壁厚或直徑會有什麼影響？

降低外殼壁厚

表 6 顯示了如果將圖 6 所示的圓柱形的壁厚從 2 mm 降低至 1 mm，但保留 40 mm 高度和 43 mm 外徑，其幾何形狀和材料性質會如何。

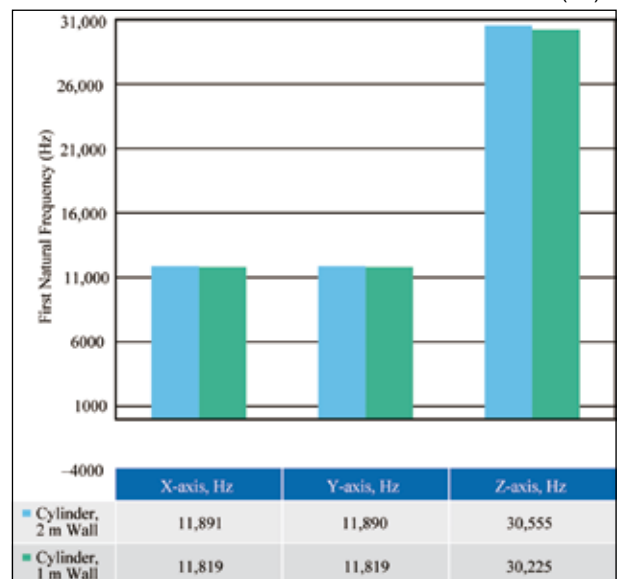
表 6：高度為 40 mm、壁厚分別為 1 mm 和 2 mm 的圓柱形的面積慣性矩 (I_{YY})、剪切模量 (G)、密度 (ρ) 和橫截面積 (A)

形狀	I _{YY} (m ⁴)	G (N/m ²)	ρ (kg/m ³)	A (m ²)
圓柱形, 2 mm 壁厚	6.24E-8	7.7E10	7850	1.03E-3
圓柱形, 1 mm 壁厚	3.12E-8	7.7E10	7850	5.28E-4

使用表 6 中的值和方程式 5，可以得出壁厚 2 mm 的圓柱形的臨界頻率為 60.74 kHz，壁厚 1 mm 為 61.48 kHz。I_{YY} 和 A 參數都降低約 50% 的情況下，對於壁厚為 1 mm 的圓柱形，方程式 5 的分子和分母受到同等的影響。基於該計算，假定在 FEM 模態分析中，兩個圓柱形的表現將類似。

圖 11 中顯示一級固有頻率、有效 MPF（系統的有效品質與總品質之比大於 0.1）與圓柱形壁厚的關係。相較於固有頻率，降低圓柱形壁厚帶來的影響非常微小。

圖 11：壁厚為 1 mm 或 2 mm 的圓柱形的一級有效固有頻率 (Hz)。



降低外殼直徑

目前提供的所有示例都以外徑為 43 mm 的圓柱形外殼為主。有些設計可能只需要 30 mm 或 26

圖 12: 外殼直徑研究。

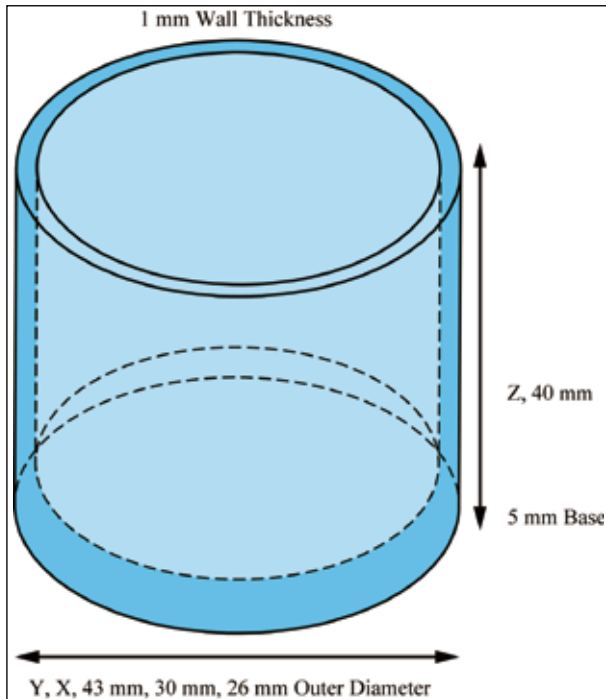
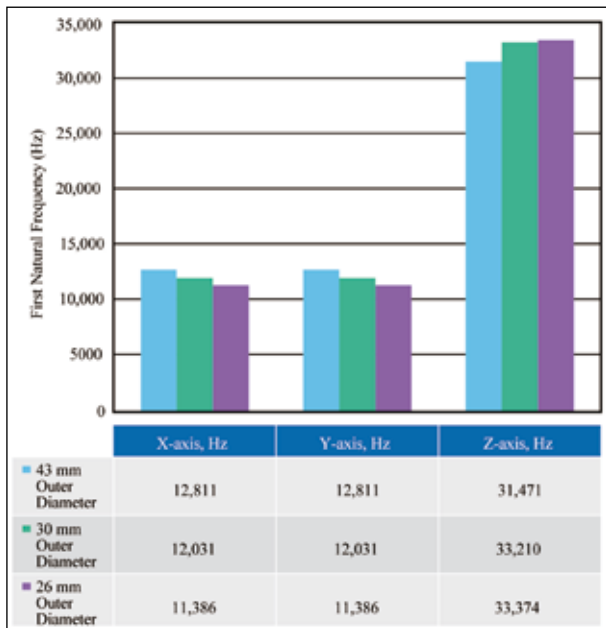


圖 13: 一級有效固有頻率與圓柱形外徑的關係。



mm 外徑。圖 12 顯示模擬模型，圖 13 顯示改變外殼外徑帶來的影響。

將圓柱形外徑從 43 mm 降低至 26 mm 時，x 和 y 軸的一級固有頻率降低約 1.5 kHz，z 軸的一級固有頻率增大 1.9 kHz。在改變圓柱形外徑時，面積慣性矩 (I_{yy}) 和橫截面積 (A) 都會降低。 I_{yy} 參數的下

降幅度高於 A 參數。

將直徑從 43 mm 降低到 30 mm 時， I_{yy} 降低 2/3， A 參數降低 1/3。還是參考方程式 5，最終影響是一級固有頻率逐漸降低。直覺來看，降低圓柱形直徑會降低結構硬度，所以固有頻率也會降低。但透過模擬可明顯看出一級固有頻率的降幅並不大，改變直徑之後，一級固有頻率仍然保持在幾十 kHz。

可以透過改變感測器外殼的方向來提升性能嗎？

本文前幾個部分表示，增加外殼高度會降低一級固有頻率。此外還說明，建議使用圓柱形外殼，而非矩形外殼。但是，在有些情況下，矩形會很有用。

假設有一個場景，需要在一個規定高 60 mm，長和寬 43 mm × 37 mm 的外殼中封裝一個感測器和電路。如果使用矩形外殼，透過改變固定約束條件（設備連接）的方向可協助提升性能。圖 14 所示的矩形外殼包含多個連接孔，所以外殼可以從多個方向安裝至設備。如果外殼安裝在 x、z 平面，那麼外殼的有效高度為 60 mm。但是，如果外殼安裝在 y、z 平面，那麼有效高度僅為 37 mm。此方式適用於矩形外殼，但不適用於圓柱形曲面。

圖 14: 可以在 x 和 z 軸，或者 y 和 z 軸約束矩形外殼，以降低高度。

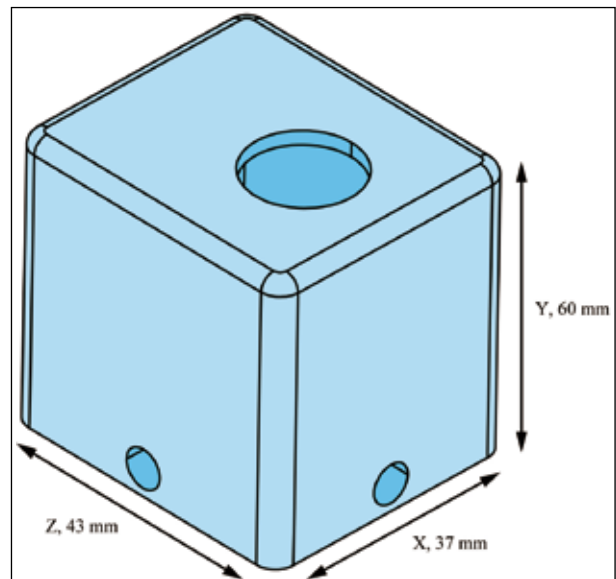


圖 15：一級有效固有頻率與圓柱形或矩形方向的關係。

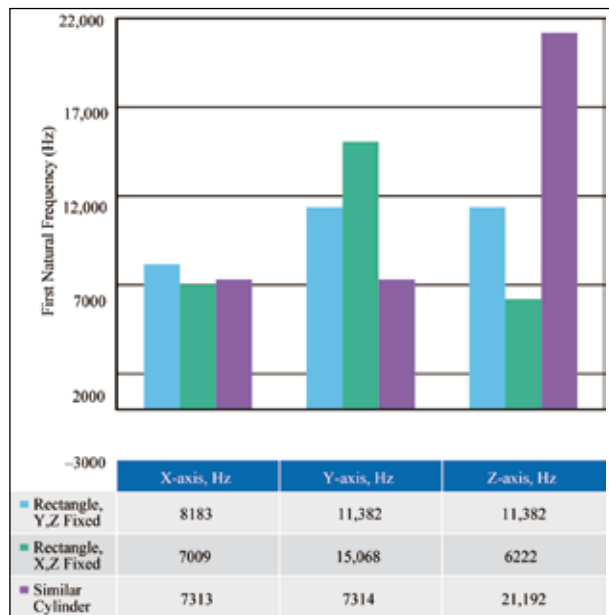


圖 15 顯示，透過改變外殼的方向，x 軸的一級諧振頻率會增大，y 軸則優於圓柱形。相較於 x 軸、z 軸固定方向，y 軸、z 軸固定方向的 z 軸一級諧振頻率更高，頻率模式幾乎翻倍。但是，就 z 軸固有頻率來看，圓柱形目前表現最佳。相較於圓柱形，矩形是一種可以在三個軸上獲得相似性能的好方法。

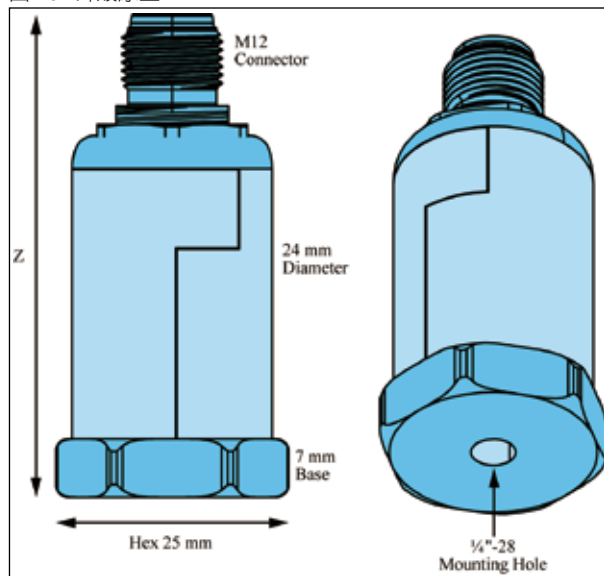
具有 21 kHz 諧振頻率的單軸 11 kHz MEMS 感測器

根據本文顯示的模擬和分析結果，在封裝具有 21 kHz 諧振頻率的單軸 ADXL1002 MEMS 感測器時，圓柱形外殼表現最佳。MEMS 感測器的靈敏度軸的方向定位應使其能夠利用圓柱形外殼在 z 軸的一級固有頻率性能。

外殼原型和組裝概念

目前顯示的模擬模型都未將連接器選擇及其對外殼設計的固有頻率的影響考慮在內。圖 16 顯示 M12 4 線連接器，TE 的零件號為 T4171010004-001。此連接器具有 IP67 防水和防塵等級，包含來自 TE 的 .STEP 檔，可輕鬆整合至外殼設計檔中。此介面可以與 M12-轉-M12 電纜搭配使用，例如

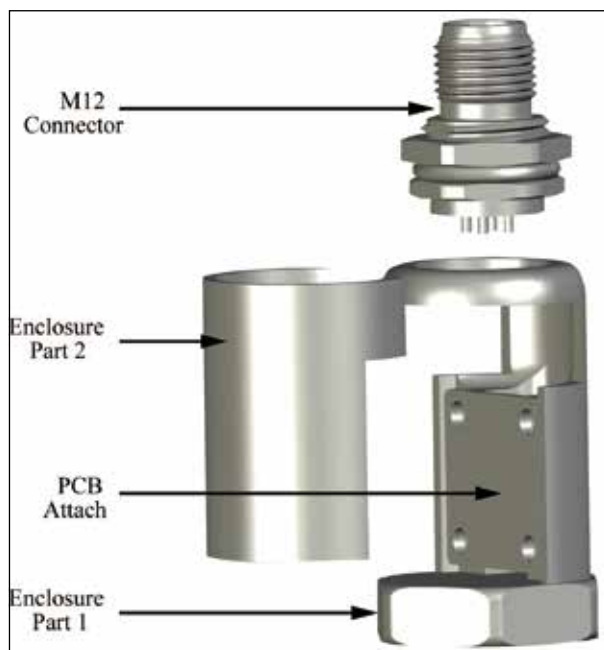
圖 16：外殼原型。



來自 TE 的 TAA545B1411-002。

良好的機械安裝對於保證卓越的振動傳輸以及避免可能會影響性能的諧振都很關鍵。一般只需將螺栓旋入到感測器外殼和受監控設備即可實現良好的安裝。圖 16 所示的不銹鋼模型具有一個 7 mm 實心底座，提供業界標準的 1/4"-28 螺紋孔，以將螺栓連接件安裝到受監控設備上。

圖 17：MEMS 感測器 PCB、M12 連接器和外殼的一種可行組裝概念。



外殼直徑為 24 mm，具有 25 mm 六邊形底座，可用於將感測器連接到受監控設備上。採用 M12 連接器的外殼的總高度可能介於 48 mm 至 57 mm 之間，具體由製造容差和內部接線裝配或者連接器與 MEMS PCB 之間的焊接選項決定。例如，如果在 M12 螺栓帽和 MEMS PCB 之間使用直線連接，那麼高度至少需達到 5 mm。

圖 17 顯示外殼、M12 連接器和 MEMS PCB 的一種可行組裝選項的分解圖。可以使用 M3 螺絲將 MEMS PCB 組裝到外殼壁上，然後連接到 M12 連接器，最後透過鐳射將兩半外殼焊接在一起。如圖所示，PCB 垂直安裝，ADXL1002 MEMS 的靈敏度軸與外殼的 z 軸垂直對準。從系統測量角度來看，垂直安裝也很重要，因為在測量電機上的軸承故障（例如，輻射振動測量）時，一般要求從此方向測量。

模型模擬

在進行模型模擬之前，應先使用圖 17 所示的元件創建一個實心體。如此形成的模擬模型能與組裝和焊接的感測器密切匹配。對於精準的 FEM 數值模擬，尤其對於連接器的幾何形狀，應選擇精細網格。選擇 Fine Span Angle Center ANSYS Mesh (精細跨度角中心 ANSYS 網格) 選項，以實現卓越性能。圖 18 顯示 FEM 網格，以及在模擬後外殼的相對變形。

圖 18: FEM 網格詳情和外殼的相對變形。

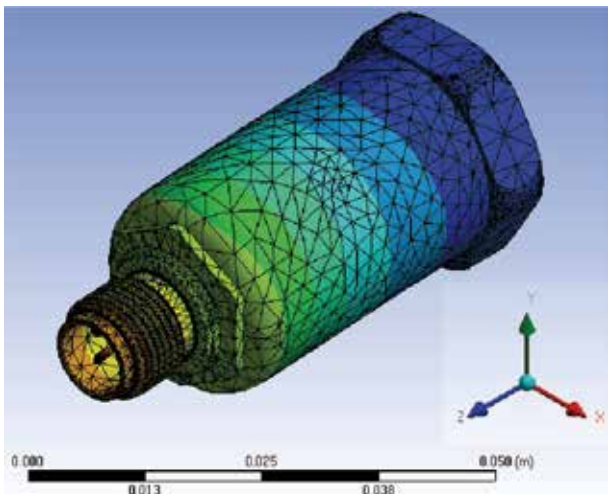


圖 19: 一級有效固有頻率 (z 軸) 與外殼高度的關係。

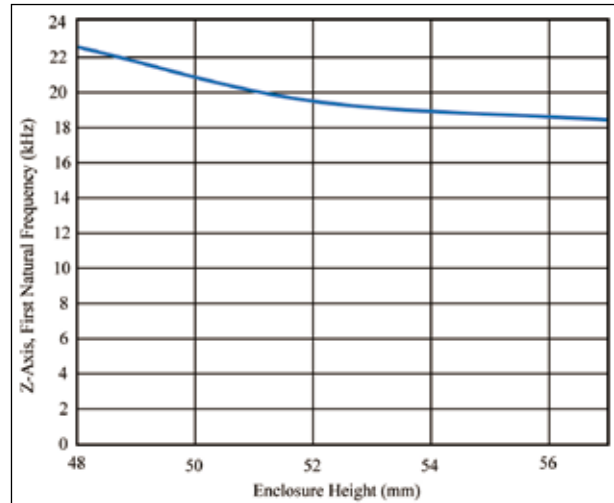


圖 20: 一級有效固有頻率與外殼高度 (x、y 和 z 軸) 的關係。

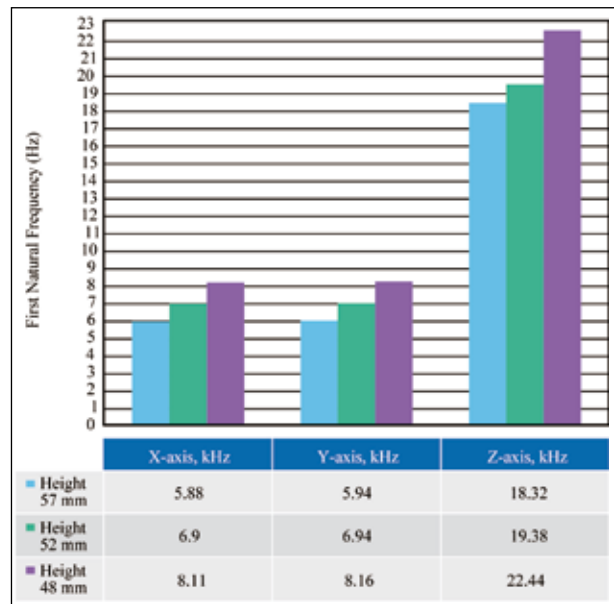


圖 18 中，從藍色到橙色，再到紅色的漸變梯度顯示，外殼和連接器頂部的相對結構變形程度更大。

圖 19 和圖 20 顯示一級固有頻率、有效 MPF (系統的有效品質與總品質之比大於 0.1) 的 FEM 結果與 z 軸上的總感測器高度的關係。z 軸性能非常重要，當外殼高度為 52 mm 時，一級有效固有頻率為 19.38 kHz。總高度為 48 mm 時，性能提高至 22.44 kHz。外殼高度為 50 mm 時，性能約為 21 kHz。