

# 數位平均電流模式控制的 PFC 建模

■作者 : Nikhilesh Kamath

安森美半導體應用工程師

用於儲存和處理大量資料的伺服器場 (server farm) 的出現引發了人們對高效、緊湊的硬體基礎設施的興趣。電源設計人員需要進行模擬以評估權衡選擇電感、開關頻率、電流檢測增益等參數，同時優化系統性能指標如功率因數 (PF)、總諧波失真 (THD)、控制回路頻寬和相位裕度。通常在數控電源中，很容易無視系統中各個點的增益，例如，在將

表 1 : 伺服器電源規格示例<sup>[1]</sup>

輸入交流 (AC) 電壓範圍	180 至 265 VAC
輸入 AC 頻率	60 Hz (典型值)
功率因數 (PF) [在 230 VAC 的測量值]	> 0.97，滿載的 30% 至 100% > 0.85，滿載的 10% 至 30%
總諧波失真 (THD)	< 5%，滿載的 50% 至 100% < 10%，滿載的 20% 至 100%
能效 [在 230 VAC 的測量值, 60 Hz, 帶風扇]	峰值能效 > 97%，滿載的 30% 至 100% 最低能效 > 95%，滿載的 30% 至 100% 最低能效 > 92%，滿載的 10% 至 30%

圖 1 : 數控 PFC 的簡化架構圖

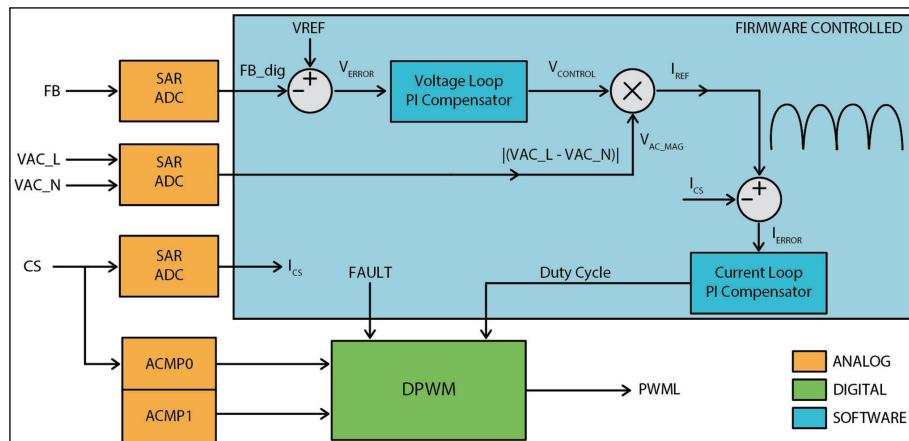


表 2 : 模擬系統參數

輸入 AC 電壓	230 VAC
輸入 AC 頻率	60 Hz
輸出電壓	384 V
輸出功率	500 W
升壓電感	500 $\mu$ H
脈寬調製 (PWM) 開關頻率	100 kHz
輸出電容	220 $\mu$ F
電流檢測比	0.62

浮點補償器係數轉換為定點形式時。本文旨在為採用數位平均電流模式控制方案進行設計的工程師提供指南，這種控制方案

常用於大功率 PFC 應用中。

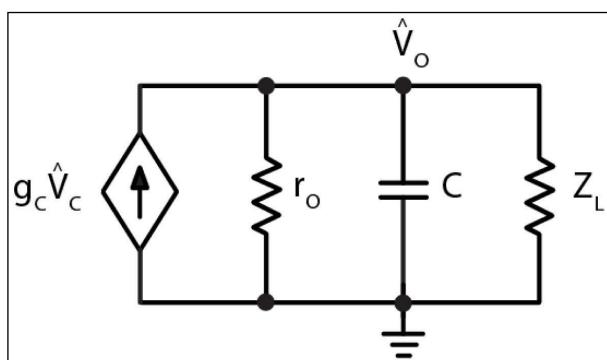
模擬通常要在執行時間和準確性之間進行權衡。較小的模擬步長將產生更準確的結果，但需要更長時間才能完成模擬。本文探討使用 MATLAB® 建模 500 W 平均電流模式控制的功率因數校正 (PFC) 電路的步驟，MATLAB 具有類似於 SPICE 的電路求解器。我們使用 Simscape™ Electrical™ 工具包中的功率級元器件來模擬開關模型。Simscape 工具包是 Simulink® 程式設計環境的擴展功能，並提供建模一個物理系統 (我們這裡是電氣系統) 的便捷方法。我們在 Simulink 環境中開發了一個平均模型來

分析系統穩定性。MATLAB 軟體的資料處理能力允許透過腳本運行和資料記錄來對模擬模型進行參數化；這在我們生活的基於資料作決策的世界中至關重要。

圖 1 是個數控 PFC 的高水平架構圖。外部電壓回路調節輸出電壓（體電壓），而內部電流回路則將檢測到的電感器電流與電流基準進行比較來幫助形成輸入電流，電流基準是由電壓回路輸出與整流線路電壓相乘得出。快速模擬比較器用於逐週期過流保護（OCP）。下面分析了各種負載下的電壓和電流回路，因為 PFC 是前端轉換器，後面根據應用可接恆定功率、恆定電流或恆定電阻級。

## 電壓回路分析

圖 2：升壓功率因數校正電路的簡化小訊號電路模型



Ray Ridley 博士於 1987 年開發了升壓功率因數電路<sup>[2]</sup>的小訊號電路模型。電感器電流追蹤的電流參考源於線路電壓。忽略由於輸入電壓引起的干擾，該電路簡化為圖 2 所示的網路，並且對輸出傳遞函數的控制由下式給出：

$$\frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_c} = g_c * \frac{(r_o // Z_L)}{(1 + s*C*(r_o // Z_L))} \quad \text{方程式 [1]}$$

其中： $Z_L$  是負載阻抗， $r_o$  是小訊號輸出電阻，由  $\frac{V_o}{I_o}$  得出； $C$  是輸出電容， $g_c$  是個常數，由  $\frac{(V_{IN})^2}{(k*V_o)}$  得出，其中  $\frac{1}{(k)}$  是線性電壓比例因數<sup>[2]</sup>。

對於恆定電阻的負載， $Z_L = R_L$ ， $(r_o // Z_L) = R_L/2$ ：

$$\frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_c} = g_c * \frac{(R_L)}{(2 + s*C*R_L)} \quad \text{方程式 [2]}$$

對於恆定電流的負載， $Z_L = \infty$ ， $(r_o // Z_L) = r_o$ ：

$$\frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_c} = g_c * \frac{(r_o)}{(1 + s*C*r_o)} \quad \text{方程式 [3]}$$

$$\text{對於恆定功率的輔助，} Z_L = -V_o / I_o = -r_o, (r_o // Z_L) = \infty: \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_c} = g_c * \frac{1}{(s*C)} \quad \text{方程式 [4]}$$

將以下關係式<sup>[2]</sup>代入方程式 [2], [3] 和 [4]：

$$I_{IN} = \frac{(V_{IN}*V_c)}{(k)} = I_L, \quad ,$$

$$g_c = \frac{V_{IN}}{(k*M)} = \frac{(V_{IN})^2}{(k*V_o)}, \text{ 其中 } M \text{ 是轉換比，}$$

由  $\frac{V_o}{V_{IN}}$  得出

我們得出了  $\frac{\tilde{V}_o}{I_L}$  的傳遞函數：

$$\frac{\tilde{V}_o}{I_L} = \frac{V_{IN}}{V_o} * \frac{(R_L)}{(2 + s*C*R_L)} \quad \text{對於恆定電阻的負載}$$

$$\frac{\tilde{V}_o}{I_L} = \frac{V_{IN}}{V_o} * \frac{(r_o)}{(1 + s*C*r_o)} \quad \text{對於恆定電流的負載}$$

$$\frac{\tilde{V}_o}{I_L} = \frac{V_{IN}}{V_o} * \frac{1}{(s*C)} \quad \text{對於恆定功率的負載}$$

表 3 顯示受控物件的傳遞函數，我們系統參數是： $C = 220 \mu F$ ,  $V_{IN} = 230 VAC$ ,  $V_o = 384 V$ ,  $R_L = 295 \Omega$ ,  $I_o = 1.3 A$ .

圖 3 是前面所示的簡化的升壓轉換器的電壓回路架構圖。 $K_{VIN}$  代表外部電阻分壓器增益（比率為 160 : 1），類似於輸出電壓  $K_{vo}$  (155 : 1)。

一個 12 位逐次逼近型模數轉換器（SAR ADC）差分檢測線電壓。-3.3 V 至 3.3 V 範圍內的類比訊號將轉換為 0 至 4096 範圍內的整數。有效 ADC 增益為 (4096 / 6.6)。增益因數  $K_M$  顯示為代表任何前饋函數或歸一化。在此模擬中，不使用線性前饋。

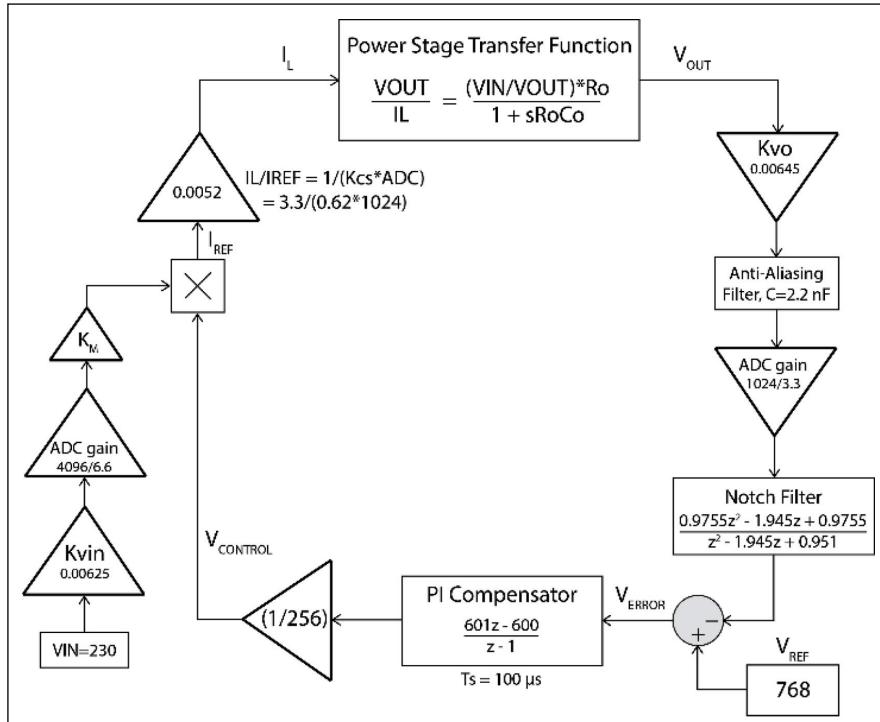
對於電流檢測，使用了 10 位 SAR ADC，外部電流檢測增益為 0.62。這為我們提供了數字電流基準 ( $I_{REF}$ ) 和電感器電流 ( $I_L$ ) 之間的關係：

$$\frac{I_L}{I_{REF}} = \frac{1}{(K_{CS}*ADC)} = 0.0052$$

表 3：不同負載模型的受控物件傳遞函數

負載模型：	極點位置：	波特圖：
恆定電阻：	$\frac{2}{C \cdot R_L} = 4.9\text{Hz}$	
恆定電流：	$\frac{2}{C \cdot r_o} = 2.45\text{Hz}$	
恆定功率：	原點的極點在 434 Hz、0 dB 處交越	

圖 3：恆定電流的受控模型電壓回路架構圖



對於輸出電壓檢測，使用了

10 位 SAR ADC。

2.2 nF 電容器置於回饋電阻分壓器上，提供一個用於抗混疊的低通 RC 濾波器。分壓器中的上部電阻 = 4160 kΩ。分壓器中的下部電阻 = 27 kΩ。

關斷頻率是：

$$\frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot R_{EQ} \cdot C)} = \frac{1}{(6.28 \cdot 26.826 \text{ k}\Omega \cdot 2.2 \text{ nF})} = \sim 2.7 \text{ kHz}$$

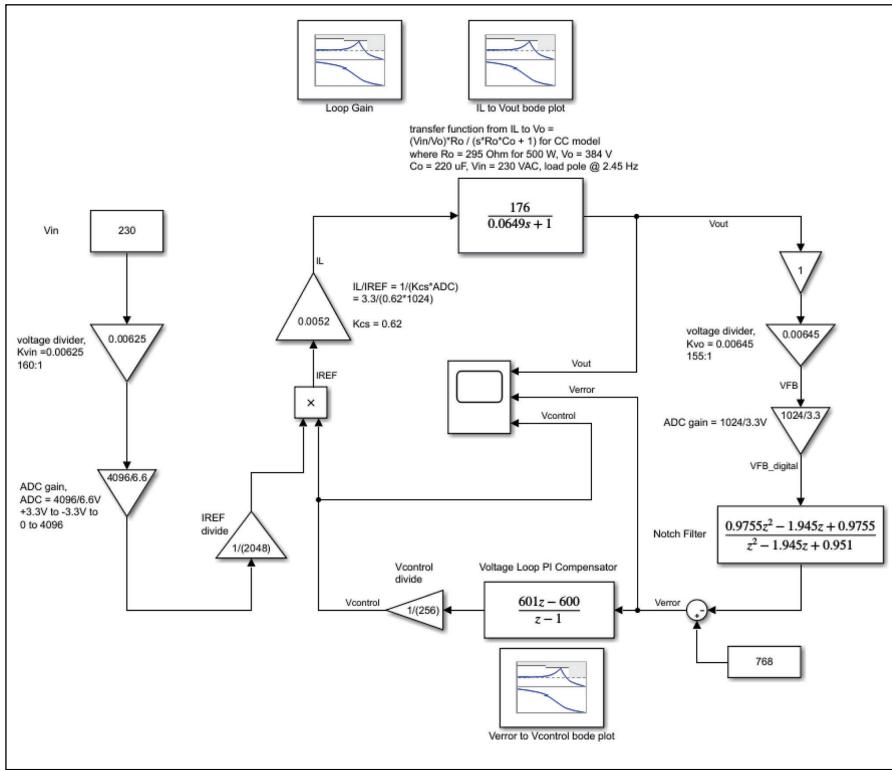
我們採樣 10 kHz 處的回饋電壓。

我們可用一個陷波濾波器使控制電壓 (電壓補償器的輸出) 或回饋電壓訊號上出現的 2x 線性頻率紋波衰減。由於採用控制電壓生成內部電流回路控制的電流基準，因此這基準更精確，從而使系統性能 (PF, THD) 更佳。

對於恆定電阻模型，補償零點的最佳位置是在受控極點處<sup>[2]</sup>。輸出電容的大小通常取決於保持時間要求。一般的經驗法則是每瓦 0.5 至 1 μF。對於 500 W 設計，輸出電容為 440 μF 是合理的。為了消除負載極點，補償零點在 2.5 Hz 處。對於此模擬，選擇的輸出電容為 220 μF，若是恆定電阻模型，其負載極點在 4.9 Hz 處，若是恆定電流負載，其負載極點在 2.45 Hz 處。

流程是繪製受控物件傳遞函數，設置補償零點，並調整補償器增益以達到目標交越頻率。

圖 4：恒定電流的受控模型電壓回路 Simulink 架構圖



$$wz = 2\pi \cdot 2.5 = 15.7 \text{ rad/s}$$

$$wp = 2\pi \cdot 10 = 62.8 \text{ rad/s}$$

$$Comp(s) = \frac{(1 + \frac{s}{wz})}{(\frac{s}{wp})} = \frac{(62.8 + 4s)}{s}$$

現在，使用後退歐拉法和 100  $\mu\text{s}$  的採樣時間：

$$Comp(z) = K_p z + K_i z * \frac{(z)}{(z-1)}$$

$$= 4 + 0.00628 * \frac{(z)}{(z-1)} =$$

$$\frac{(4.00628z - 4)}{(z-1)} = \frac{(4.00628 - 4z^{-1})}{(1 - z^{-1})}$$

$$\text{與 } \frac{(B_0 + B_1 z^{-1})}{(1 + A_1 z^{-1})} \text{ 相比，}$$

係數是： $B_0 = 4.00628$ ,  $B_1 = -4$ ,  $A_1 = -1$

除以 23 使係數在 -1 到 +1 範圍內。然後乘以  $2^{15}$  :

$$B_0 = 4.00628 * 4096 =$$

S 域 PI 補償器的零點補償在 2.5 Hz 處，且在 0.1

Hz 處的增益是 40 dB :  $Comp(s) =$

$$Comp(s) = \frac{(1 + \frac{s}{wz})}{(\frac{s}{wp})} = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{(1 + \frac{s \cdot K_p}{K_i})}{(\frac{s}{K_i})}$$

原點的極點由下式得出：

$$wp = K_i, wz = K_i/K_p$$

$$16,409.723 = 16410$$

$$B_1 = -4 * 4096 = -16384$$

$$A_1 = -1 * 4096 = -4096$$

所用的微分方程式變為：

$$U(n) = U(n-1) + 16410 * E(n) - 16384 * E(n-1) \rightarrow \text{記得除以 } 2^{12}$$

表 4：幾個不同的電壓補償器，具有不同的零點位置和 DC 增益

	後退歐拉法變換, $T_s=100 \mu\text{s}$	零點位置 (Hz)	0.1 Hz 處的增益 (dB)	100 Hz 處的增益 (dB)
(a)	$K_pz=16384, K_iz=26$ , 除數 = 4096	2.52	40	12.1
(b)	$K_pz=600, K_iz=1$ , 除數 = 256	2.65	35.8	7.41
(c)	$K_pz=800, K_iz=1$ , 除數 = 128	1.99	41.9	15.9

圖 5 : (b) 的電壓回路 PI 補償器波特圖，整體波特 (180 VAC, 恒定電流模型)

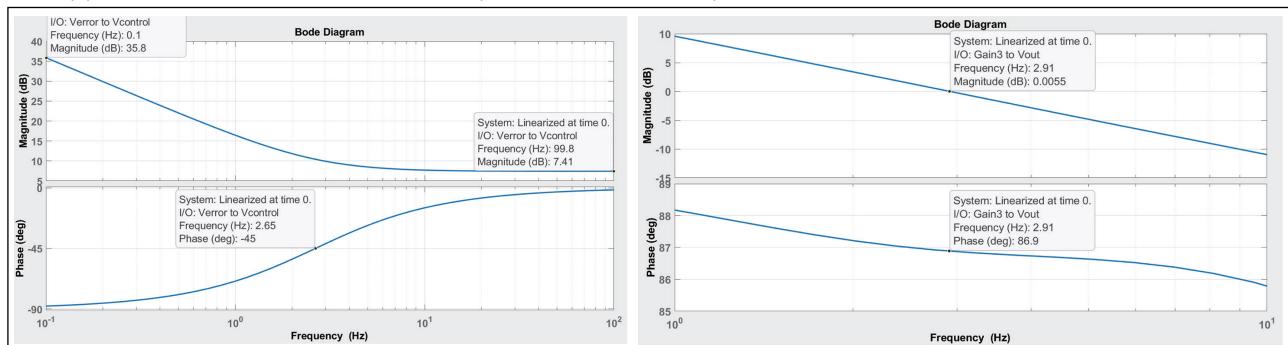


表 5：不同負載模型和補償器的電壓回路頻寬和相位裕度

電壓補償器	交越頻率和相位裕度 (PM)					
	恆定電阻模型		恆定電流模型		恆定功率模型	
	180 VAC	230 VAC	180 VAC	230 VAC	180 VAC	230 VAC
Kpz=600, Kiz=1, 除數 =256, IREF div. = 2048	1.7 Hz (103° PM)	3.25 Hz (106° PM)	2.9 Hz (87° PM)	4.65 Hz (86.7° PM)	3.52 Hz (52° PM)	5.16 Hz (61° PM)
Kpz=800, Kiz=1, 除數 =128, IREF div. = 4096	1.98 Hz (112° PM)	4.49 Hz (112° PM)	3.51 Hz (94° PM)	5.92 Hz (92° PM)	4.15 Hz (63° PM)	6.4 Hz (70.7° PM)
Kpz=800, Kiz=1, 除數 =128, IREF 除數 . = 2048	6.12 Hz (109° PM)	11.3 Hz (100° PM)	7.34 Hz (91° PM)	12.1 Hz (88° PM)	7.73 Hz (73° PM)	12.3 Hz (77° PM)

$$Comp(z) = \frac{1}{4096} * \frac{(16410z - 16384)}{(z-1)}$$

或，

$$Comp(z) = 4 + 0.00628 * \frac{(z)}{(z-1)} =$$

$$\frac{1}{4096} * [16384 + 26 * \frac{(z)}{(z-1)}]$$

$$Kpz = 16384, Kiz = 26, \text{ 除數} = 4096$$

## 電流回路分析

電感電流傳遞函數的小信號占空比由<sup>[7]</sup>得出：

$$\frac{I_L}{duty} = \frac{2 * V_{OUT} * (1 + s * R_L * \frac{C}{2})}{R_L * (1 - D)^2 * [1 + \frac{sL}{R_L * (1 - D)^2} + \frac{s^2 LC}{(1 - D)^2}]}$$

$$\text{應用高頻近似值}^{[7]} : \frac{I_L}{duty} = \frac{V_{OUT}}{sL}$$

$$\text{系統參數 } L = 500 \mu\text{H}, V_o = 384 \text{ V, 我們有} : \frac{I_L}{duty} = \frac{384}{0.0005s}$$

原點的極點在 122 kHz、0 dB 處交越，電流檢測增益是 0.62，低通 RC 濾波器用作抗混疊濾波器。

$$R = 2 \text{ k}\Omega, C = 400 \text{ pF}$$

關斷頻率是：

$$\frac{1}{(2\pi R C)} = \sim 200 \text{ kHz} ; \text{ 電流基準}$$

生成， $I_{REF}$ ：

電流基準是電壓控制回路 ( $V_{CONTROL}$ ) 的輸出和暫態線性電壓檢

圖 6：(b) 的電壓回路補償器

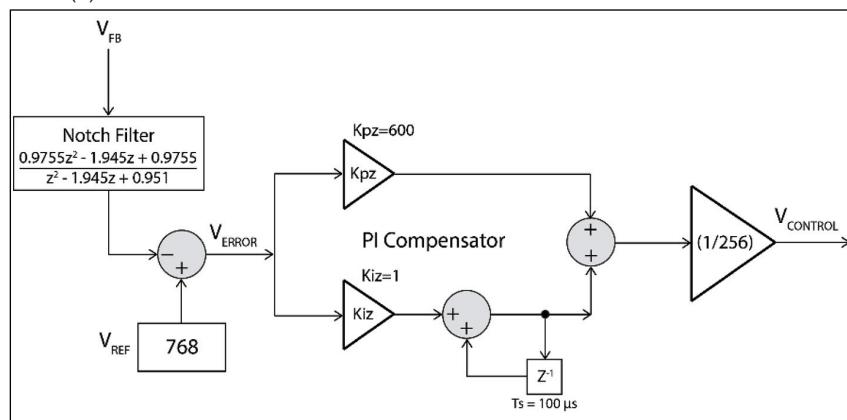
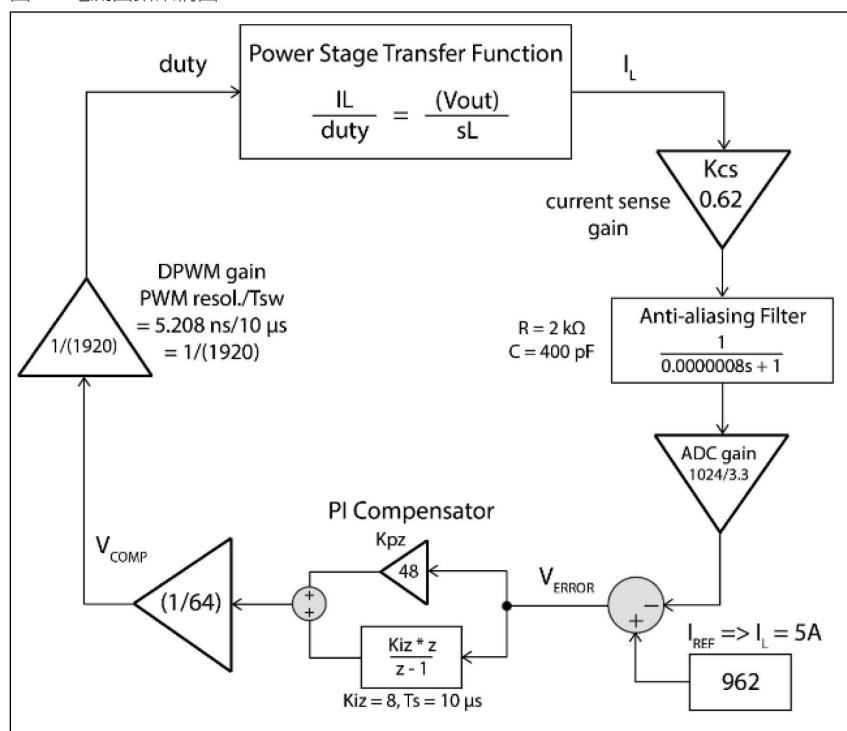


圖 7：電流回路架構圖



測 ( $V_{LINE}$ ) 的乘積。基準電流水準隨負載需求增加而升高。為了分析電流回路的動態特性， $I_{REF}$  保持恆定。它在所關注回路之外，其大小不起作用。

## 數位脈寬調製 (PWM) 增益：

電流回路補償器的輸出存儲在 16 位元比較寄存器中。模組的基本計時器 / 計數器越過比較值後，數位 PWM 輸出就會切換。基本計時器解析度由外設時鐘配置決定。PWM 時鐘設置為 192 MHz，對應於 5.208 ns 的占空比解析度。所需的 PWM 開關頻率是 100 kHz。因此，比較寄存器值 1920 對應於 100% 占空比。實際上，有一個最大占空比，設置為

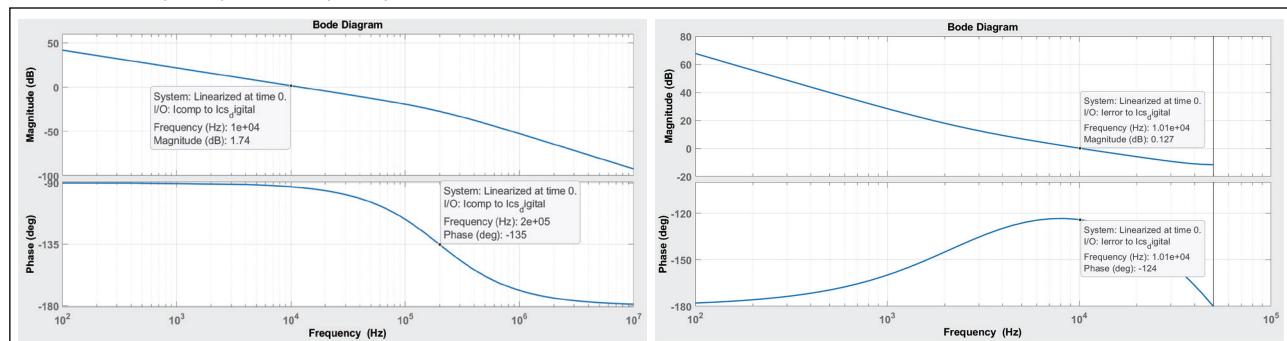
約 97%。

電流回路的目標頻寬通常約 6 至 10 kHz。上面的未補償波特圖從  $I_{COMP}$  到  $I_{CS\_DIGITAL}$  的區域表明，在 10 kHz 的目標交越頻率下，回路增益已接近 0 dB。電流補償器無需在該區域提供任何增益。我們可將補償零點設置得足夠低，以提供在 10 kHz 下所需的相位提升。

由於系統是一階的，因此使用一個簡單的 PI 補償器就可以了，含在原點的一個極點和一個所需位置的零點。

最終選擇的電流回路 PI 補償器是示例 (c)：  
 $K_{pz}=48$ ,  $K_{iz}=8$ , 帶 1/64 後縮放

圖 8：未補償的 (左圖) 和補償的 (右圖) 電流回路波特圖



$$DPWM \text{ 增益} = \frac{\text{PWM 分辨率}}{\text{PWM 開關週期}} = \frac{\frac{1}{192} \text{MHz}}{\frac{1}{100} \text{kHz}} = \frac{1}{1920}$$

圖 9：電流回路 PI 補償器和波特圖

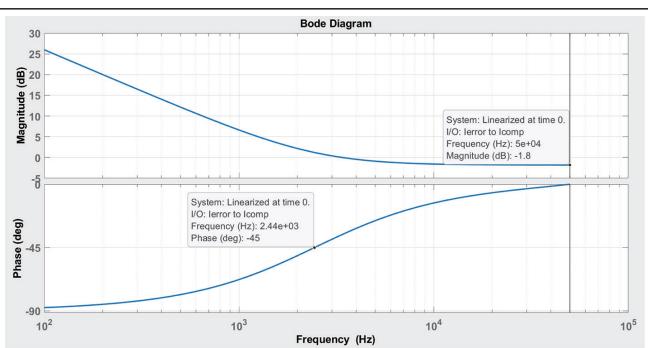
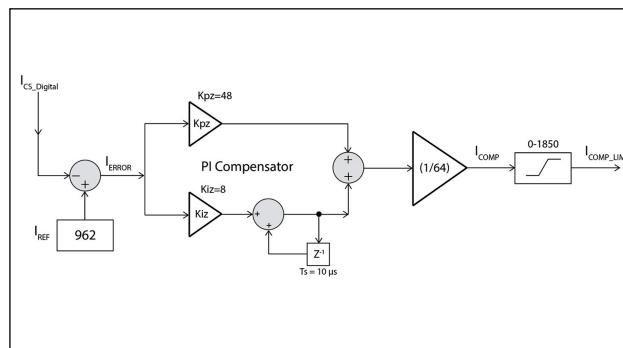
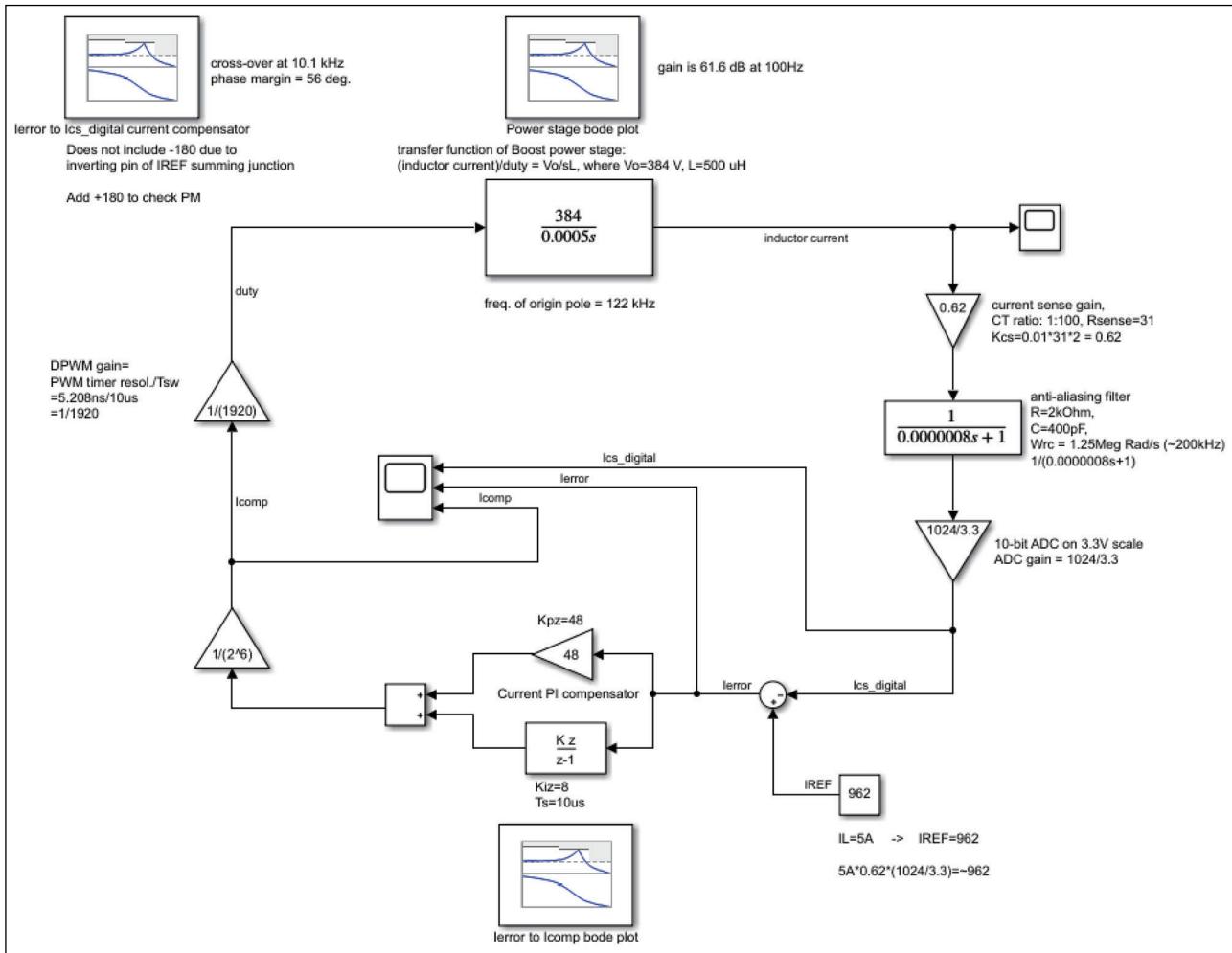


表 6：幾個電流回路補償器，具有不同零點位置及由此產生的頻寬和相位裕度

	電流補償器值，帶 1/64 後縮放後退歐拉變換, $T_s = 10 \mu s$	零點位置 (Hz)	交越頻率和相位裕度
示例 (a)	$K_{pz}=48$ , $K_{iz}=1$	328	9.24 kHz, 69 deg.
示例 (b)	$K_{pz}=48$ , $K_{iz}=4$	1270	9.56 kHz, 63 deg.
示例 (c)	$K_{pz}=48$ , $K_{iz}=8$	2440	10.1 kHz, 56 deg.
示例 (d)	$K_{pz}=48$ , $K_{iz}=12$	3500	10.7 kHz, 50 deg.

圖 10：電流回路 Simulink 架構圖



### Simscape 模型

我們設計好補償器後，可將它們用於下圖 11

所示的 Simscape 模型中，以觀察穩態波形、電感器電流紋波、輸出電壓紋波，瞬態性能等。濾波後

圖 11：Simscape 模型

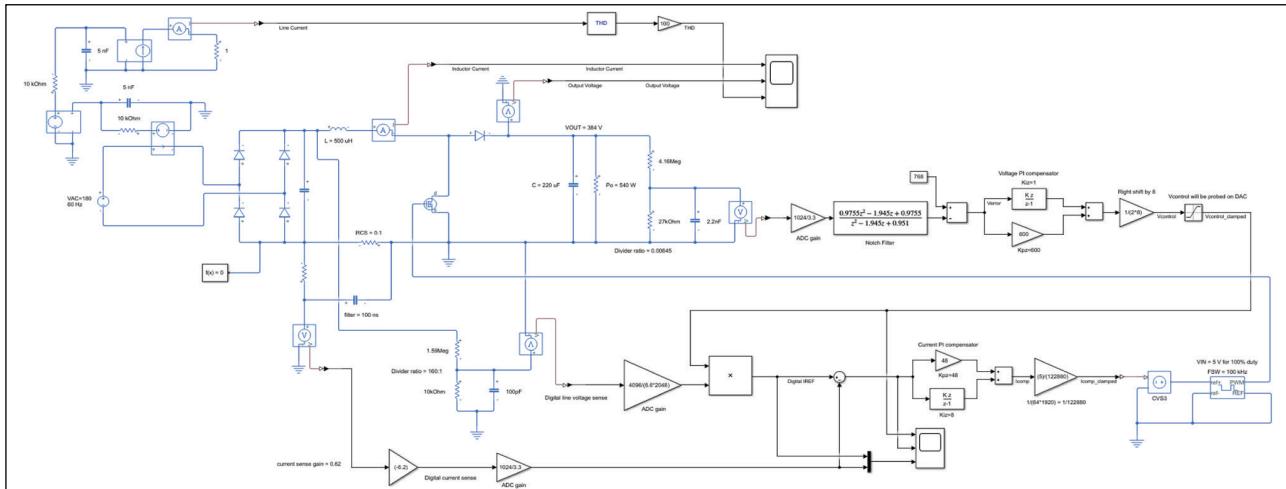
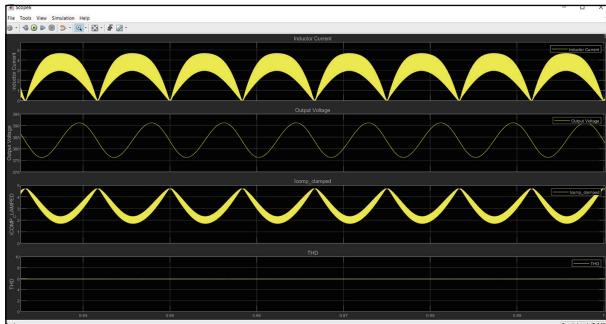


圖 12 : Simscape 波形



的線性電流傳輸到 THD 模組以粗略衡量失真。

圖 12 顯示了穩態時的模擬波形：電感電流、輸出電壓、電流回路補償器的輸出和 THD。

## 實驗驗證

我們評估了圖 13 所示的 500 W 圖騰柱無橋 PFC 板的性能。圖騰柱 PFC 與上述單通道電流控制。

圖 13 : 500 W 圖騰柱 PFC 評估板

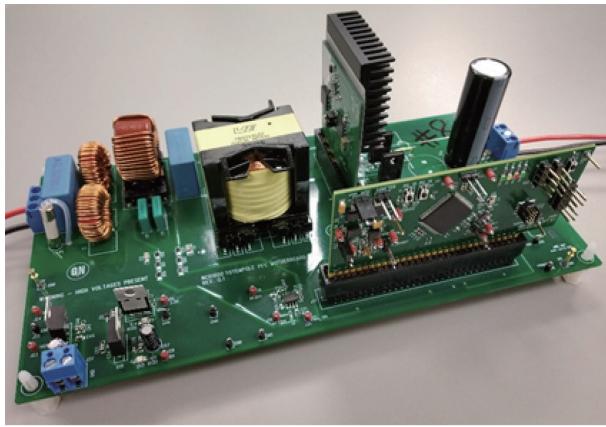
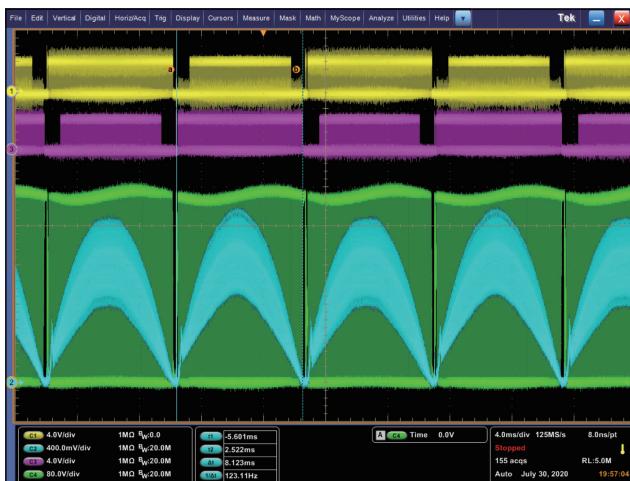


圖 14 : 180 VAC, 540 W, 60 Hz, PF=0.995, THD &lt;3%



制模式 (CCM) 升壓 PFC 的穩定性分析和補償器設計無異。

圖 14 顯示示波器捕獲的電流檢測信號 (藍色)、開關節點 (綠色)、快速支路 PWM 驅動輸出 (黃色和紫色)。

圖 15 顯示示波器捕獲的電流檢測信號 (藍色)、輸出電壓 (綠色)、慢速支路低邊驅動 SRLO (黃色) 及電壓回路補償器輸出 (Vcontrol DAC, 紫色)。

圖 15 : 180 VAC, 500 W



圖 16 將採用 Simulink 模擬的預期頻寬和相位裕度與使用頻譜分析儀的實際測量值進行了比較。圖表很吻合。

圖 17 顯示了在 180 VAC 和 230 VAC 兩種不同線性電壓水準、不同負載下的功率因數。



圖 16：波特圖：模擬與在 180 VAC、500 W, 恒定電流模式的測量值的對比

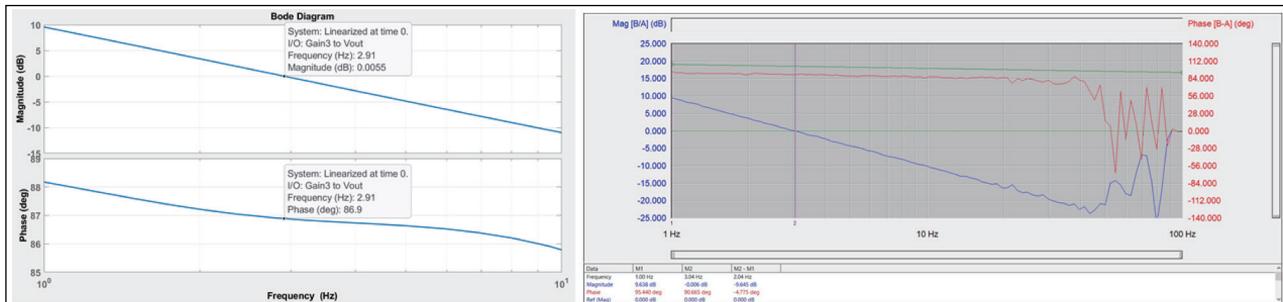
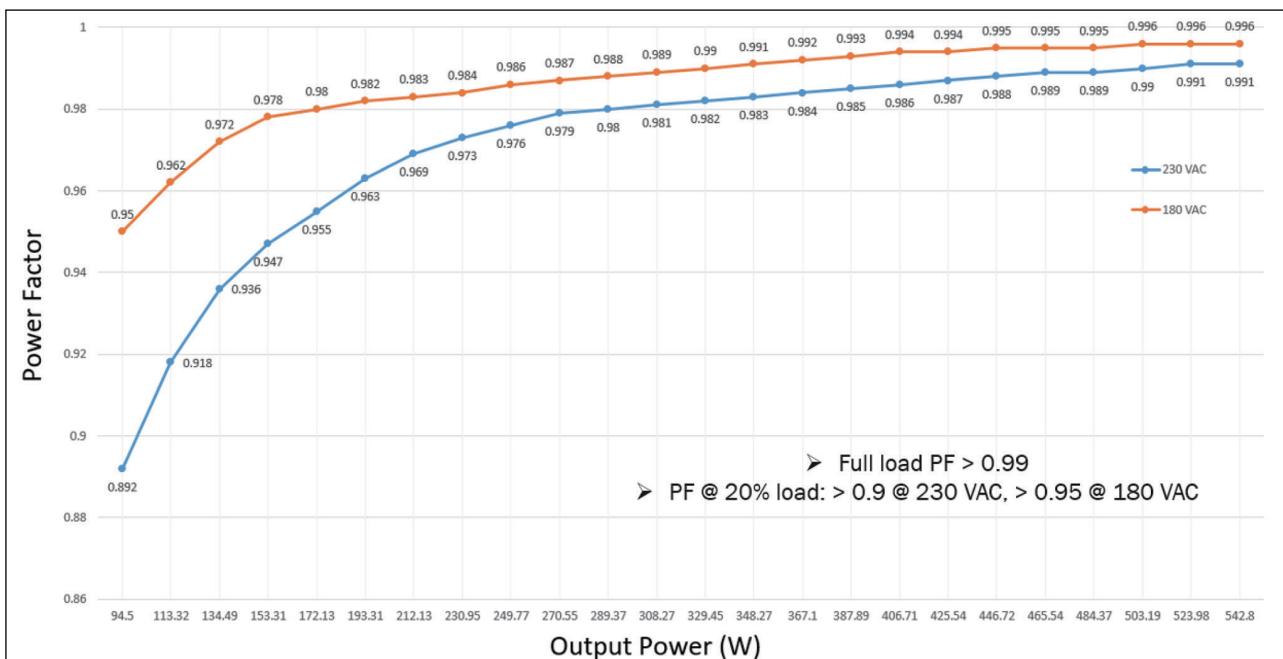


圖 17：功率因數對比輸出功率



## 總結：

Simulink 和 Simscape 已用於分析 500 W 伺服器電源應用的平均電流模式控制的功率因數校正電路。我們在一塊原型板上驗證了所選的模擬參數。

## 參考文獻：

- [1] Open Rack Specification V2.2  
[https://www.opencompute.org/wiki/Open\\_Rack/SpecsAndDesigns](https://www.opencompute.org/wiki/Open_Rack/SpecsAndDesigns)
- [2] “Average small-signal analysis of the boost power factor correction circuit”, R.B.Ridley  
<https://ridleyengineering.com/design-center-ridley-engineering/49-circuit-designs/276-a23-small-signal-analysis.html>

[3] “Compensating a PFC Stage, TND382-D”, ON Semiconductor

<https://www.onsemi.com/pub/Collateral/TND382-D.PDF>

[4] <https://www.mathworks.com/help/dsp/ref/iirnotch.html>

[5] “Applying Digital Technology to PWM Control-Loop Designs”, Mark Hagen and Vahid Yousefzadeh  
[https://www.ti.com/download/trng/docs/seminar/Topic\\_7\\_Hagen.pdf](https://www.ti.com/download/trng/docs/seminar/Topic_7_Hagen.pdf)

[6] “Introduction to Digital Control of Switched Mode Power Converters”, seminar delivered by Delta Electronics to ON Semiconductor, Nov. 2014

[7] “Digital control for power factor correction”, Manjing Xie, Master Thesis, Virginia Tech, 2003  
<https://vttechworks.lib.vt.edu/handle/10919/34258> 